2025年
千葉県公立高校入試数学
解答・解説

1

配 点　(51点)

(1) 各5点

(2) ～ (7) 各3点

解 答

(1) ① -6　② $7a+5b$　③ $4xy$

(2) ① ウ　② 9

(3) ① エ　② 10

(4) ① 6　② 3

(5) ① $\dfrac{2}{7}$　② $\dfrac{3}{7}$

(6) ① $(3,\ -1)$　② -5

(7) ① イ　② 略

解 説

(1) ① $15+(-7)\times 3 = 15-21 = \boldsymbol{-6}$

② $(6a+10b)\div 2+4a = 3a+5b+4a = \boldsymbol{7a+5b}$

③ $(x+y)^2-(x-y)^2 = (x^2+2xy+y^2)-(x^2-2xy+y^2) = \boldsymbol{4xy}$

(2) ① 連続する 3 つの正の整数のうち, 中央の数を x とすると, 最も小さい数は $x-1$, 最も大きい数は $x+1$ と表される。ここで, 最も小さい数と最も大きい数の積から, 中央の数の2倍を引くと 62 になるので

$$(x+1)(x-1)-2x=62$$

整理して,

$$\boldsymbol{x^2-2x-63=0}$$

② $x^2-2x-63=0$ は $(x+7)(x-9)=0$ であるから $x=-7\vee 9$
ここで, x は正の整数であるから求める解は $x=\mathbf{9}$

(3) ① $\sqrt{4}=2$ であり 2 は無理数ではないので, **エ** は誤りである。

②

$$\sqrt{90n}=\sqrt{2\times 3^2\times 5\times n}$$

であり, この値が自然数になるためには 2 と 5 の指数が偶数にならなければならない。そのうち, 最小である自然数を求めるためには 2 と 5 の指数を 2 にすればよいので, 求める自然数 n は $2\times 5=\mathbf{10}$ である。

(4) ① 四分位範囲とは, 第 1 四分位数から第 3 四分位数までの範囲なので, $14 - 8 = \mathbf{6}$

② 生徒は 32 人なので, 第 3 四分位数は 8 位と 9 位の生徒の点数の平均である。ここで得点は 4 の倍数のみであり, 第 3 四分位数が 14 点であることから 8 位の点数と 9 位の点数が異なり, 8 位は 16 点, 9 位は 12 点となる。16 点の生徒は 5 人であるため, 上位 8 人のうち残りの **3** 人は 20 点とわかる。

(5) 2 枚のカードをひく方法は ${}_8\mathrm{C}_2 = 8 \times 7 \div 2 = 28$ 通りである。

① 2cm の辺は AB, DC, EF, HG である。また, 三平方の定理より, DE, AH, BG, CF の長さも 2cm である。選び方はこの 8 通りであるから求める確率は

$$\frac{8}{28} = \mathbf{\frac{2}{7}}$$

② 線分が 2cm 以下となるのは①の 8 つと, 1 cm である AD, EH, FG, BC, $\sqrt{3}$ cm である AE, DH, CG, BF で, すべての合計で 16 つである。カードの選び方は 28 通りであるため, 2cm 以下になるのは 16 通り, 2cm より長くなるのは 12 通りとなる。よって求める確率は

$$\frac{12}{28} = \mathbf{\frac{3}{7}}$$

(6) ① 3 つの直線が 1 点で交わっているので, 2 つの直線も 1 点で交わっている。

$$\begin{cases} 3x + 2y = 7 \\ 5x - 4y = 19 \end{cases} \tag{1}$$

上の式を 2 倍して

$$\begin{cases} 6x + 4y = 14 \\ 5x - 4y = 19 \end{cases} \tag{2}$$

それぞれの式を足して,

$$11x = 33$$

$$x = \mathbf{3}$$

よって

$$9 + 2y = 7$$

より

$$y = \mathbf{-1}$$

② $2x + ay = 11$ も①で求めた交点を通過するので, ① の値を代入して

$$6 - a = 11$$

よって,

$$a = \mathbf{-5}$$

(7) ① 回転移動なので, 点 A から 点 A' まで移動した後は直線にならないため, **イ** は誤り。

② 55° は 110° の半分なので, ∠AOA' の角の二等分線を作図したのち, 点 O を中心とした弧 AA' を描き, その弧と角の二等分線の交点が求める点 P である。

2

配 点　(15点)

各5点

解 答

(1) $\dfrac{1}{4}$

(2) 12

(3) 40

解 説

(1) $y = ax^2$ に点Bの座標 $(6,\ 9)$ を代入すると,

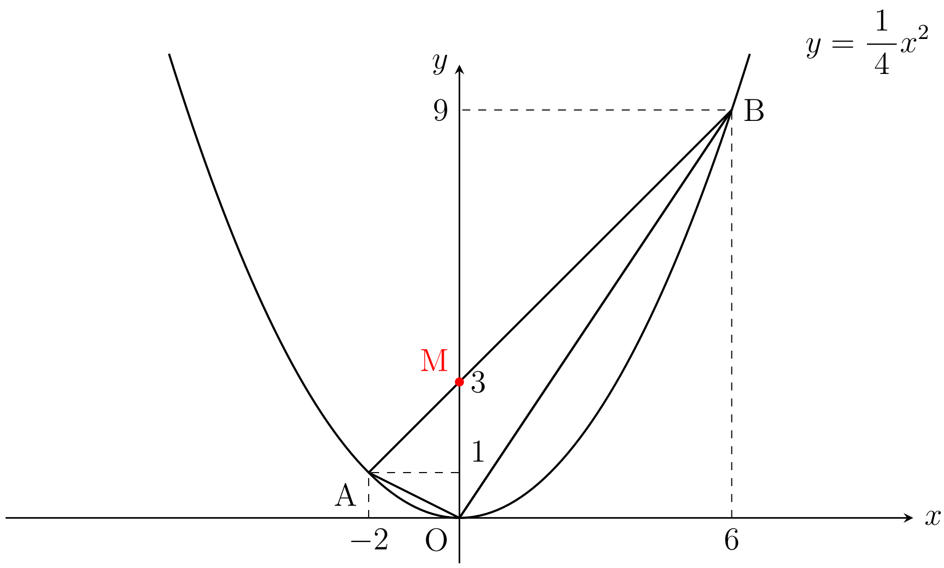
$$9 = a \times 6^2$$

となり, 整理すると $a = \boldsymbol{\dfrac{1}{4}}$ が得られる。

(2) (1) より関数 $y = \dfrac{1}{4}x^2$ なので, 点Aの y 座標は

$$y = \frac{1}{4} \times (-2)^2 = 1$$

である。
ここで, 直線ABと y 軸との交点を点Mとする。



直線ABは点A, Bの座標より $y = x + 3$ であり, 点Mの座標は $(0,\ 3)$ と分かる。
$\triangle$OABの面積は $\triangle$OMAと $\triangle$OMBに分けられ, それぞれの三角形の面積は底辺をOM, 高さを点A, Bそれぞれの y 軸からの距離として表せるため,

$$(\triangle\mathrm{OAB}\text{の面積}) = (\triangle\mathrm{OMA}) + (\triangle\mathrm{OMB}) = \frac{1}{2} \times \mathrm{OM} \times 2 + \frac{1}{2} \times \mathrm{OM} \times 6 = 4 \times \mathrm{OM}$$

$\mathrm{OM} = 3$ より, $\triangle$OABの面積は $\boldsymbol{12}\ \mathrm{cm}^{\boldsymbol{2}}$

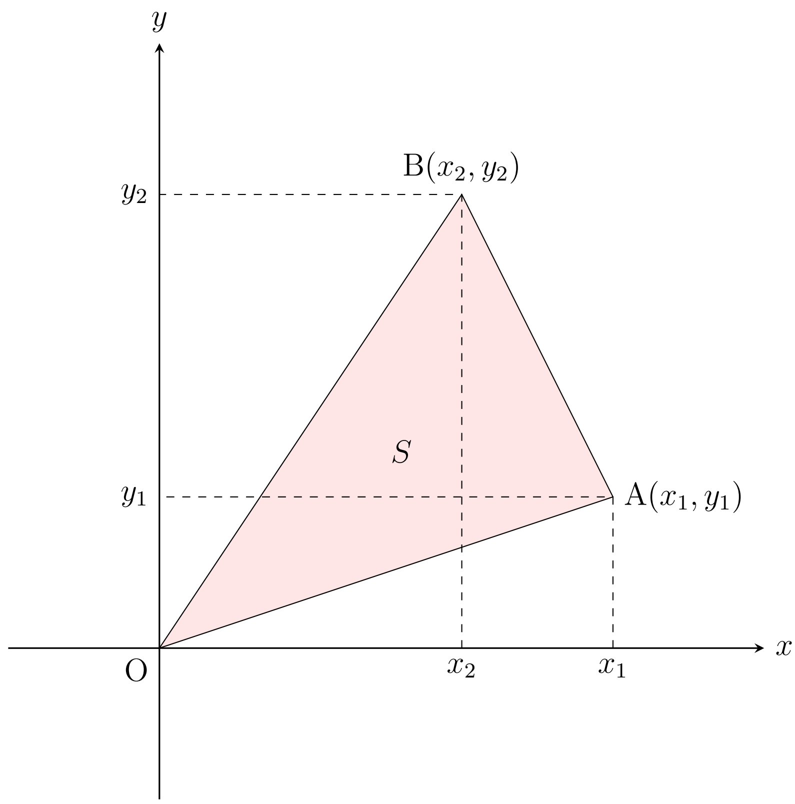
【別解】
一般に, 座標平面上の三角形の面積に関して以下のことが知られている。

詳説 1: 原点を頂点の一つとする △OAB の面積 S

3 点 O$(0, 0)$, A$(x_1,\ y_1)$, B$(x_2,\ y_2)$ を頂点とすると

$$S = \frac{1}{2}|x_1y_2 - x_2y_1|$$

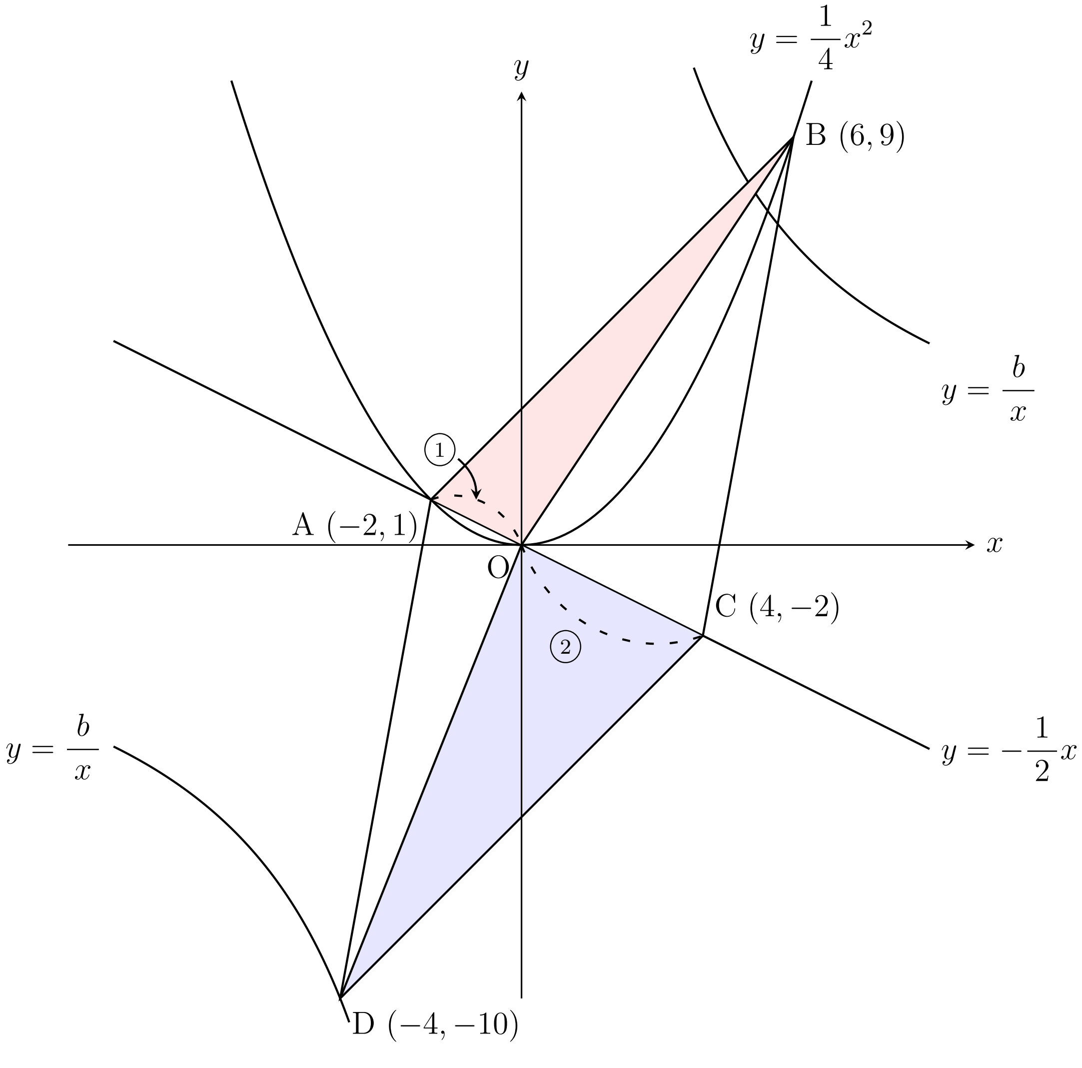
が成り立つ。
※以下の図において, 点 A が点 B に対して反時計回り側にあるときは絶対値記号は不要。



本問においても, 上記式を用いることで求めることもできる。
A$(-2,\ 1)$, B$(6,\ 9)$ であるから △ABC の面積を S とおくと,

$$\begin{aligned} S &= \frac{1}{2}|(-2) \times 9 - 1 \times 6| \\ &= \frac{1}{2} \times 24 \\ &= 12 \end{aligned}$$

(3) 点 A$(-2,\ 1)$ と原点を通ることから直線 AC の式は $y=-\dfrac{1}{2}x$ である。
直線 AC は平行四辺形 ABCD の対角線であることから, △ABC と △CDA は合同である。
よって, 直線 AC から点 B, D への高さは等しい。
△ABO と △OCD の面積がそれぞれ $12\,\mathrm{cm}^2$ と $24\,\mathrm{cm}^2$ であり, 直線 AC 上の辺を底辺としたとき高さが等しくなることから, AO : OC $=12:24=1:2$ である。



ゆえに, 点 A と原点の座標より, 点 C の座標は $(4,-2)$ になる。
ここで, 平行四辺形 ABCD より, 点 A と点 B の座標の差と点 C と点 D の座標の差は同じであることから, 点 D の座標は $(-4,-10)$ となる。
点 D は関数 $y=\dfrac{b}{x}$ 上の点であるため, 代入すると $-10=\dfrac{b}{-4}$ となり,
整理すると $b=\mathbf{40}$ が得られる。

3

配 点 (16 点)

(1), (3) 各 5 点

(2) 6 点

解 答

(1) ① ア

② エ

③ オ

(2) 解説参照

(3) $\dfrac{12\sqrt{3}}{7}$

解 説

(1) OA と OC はどちらも半円 O の半径であるため, 長さが等しい。
よって $\mathrm{OA} = \mathrm{OC}$ がわかるため, $\triangle\mathrm{OAC}$ は二等辺三角形となる。

(2) $\triangle\mathrm{GAF}$ と $\triangle\mathrm{EBD}$ において,
(1) より, $\triangle\mathrm{OAC}$ は二等辺三角形である。$\angle\mathrm{COA}$ の二等分線は底辺 CA と垂直に交わるため,

$$\angle\mathrm{AGF} = 90^\circ \quad \cdots ①$$

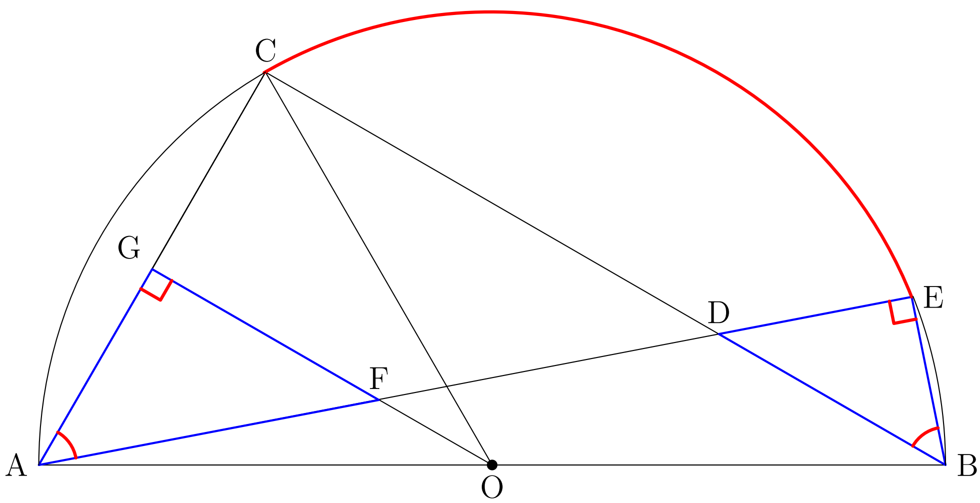
また, 円周角の定理より,

$$\angle\mathrm{BED} = 90^\circ \quad \cdots ②$$

弧 CE に対する円周角の定理より,

$$\angle\mathrm{CAE} = \angle\mathrm{CBE} \quad \cdots ③$$

①, ②, ③より二角が等しいため, $\triangle\mathrm{GAF} \backsim \triangle\mathrm{EBD}$ である。



(3) 任意の三角形の相似比がわかればその面積比を導出できるため, $\triangle$EBD と相似な三角形を考える。弧 CE に対する円周角の定理より,

$$\angle \mathrm{CAE} = \angle \mathrm{CBE} \quad \cdots ①$$

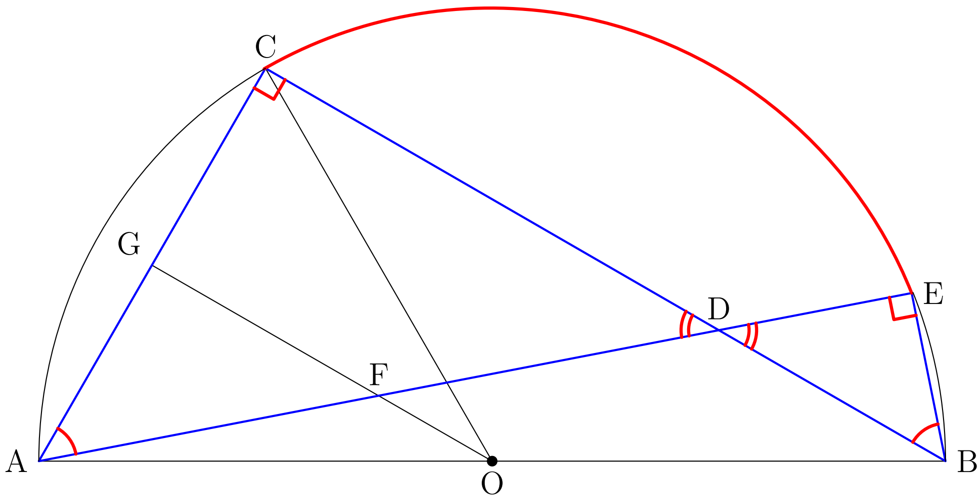
また, 円周角の定理より,

$$\angle \mathrm{ACB} = \angle \mathrm{BED} = 90^\circ \quad \cdots ②$$

対頂角より,

$$\angle \mathrm{CDA} = \angle \mathrm{EDB} \quad \cdots ③$$

①, ②, ③より, $\triangle \mathrm{ACD} \backsim \triangle \mathrm{BED}$ である。



いま, $\mathrm{OA}=6$ より $\mathrm{AB}=12$ であり, これと $\mathrm{AC}=6$ より $\triangle$ACB で三平方の定理を用いると,

$$\begin{aligned}
\mathrm{AB}^2 &= \mathrm{AC}^2 + \mathrm{BC}^2 \\
12^2 &= 6^2 + \mathrm{BC}^2 \\
\mathrm{BC}^2 &= 144 - 36 = 108 \\
\therefore \mathrm{BC} &= 6\sqrt{3}
\end{aligned}$$

となる。
また, 条件より $\mathrm{BD}:\mathrm{DC} = 1:2$ より,

$$\mathrm{BD} = 2\sqrt{3},\ \mathrm{DC} = 4\sqrt{3}$$

と分かる。
ここで $\triangle$ACD について三平方の定理を用いると

$$\begin{aligned}
\mathrm{AD}^2 &= \mathrm{AC}^2 + \mathrm{CD}^2 \\
\mathrm{AD} &= \sqrt{6^2 + (4\sqrt{3})^2} \\
&= \sqrt{36+48} \\
&= 2\sqrt{21}
\end{aligned}$$

以上より, $\triangle\mathrm{ACD} \backsim \triangle\mathrm{BED}$ であり, その相似比は

$$\begin{aligned}\mathrm{AD}:\mathrm{BD} &= 2\sqrt{21}:2\sqrt{3}\\ &= \sqrt{7}:1\end{aligned}$$

である。
$\triangle\mathrm{ACD}$ の面積は, $\angle\mathrm{ACD}$ が直角であることより

$$\begin{aligned}\frac{1}{2}\cdot\mathrm{AC}\cdot\mathrm{CD} &= \frac{1}{2}\cdot 6\cdot 4\sqrt{3}\\ &= 12\sqrt{3}\end{aligned}$$

面積比は相似比の 2 乗に等しいから $\triangle\mathrm{EBD}$ の面積は,

$$12\sqrt{3}\cdot\left(\frac{1}{\sqrt{7}}\right)^2 = \boldsymbol{\frac{12\sqrt{3}}{7}}$$

4

配 点 （18 点）

各 3 点

解 答

(1) 5π (2) $\dfrac{35}{3}\pi$ (3) 10

(4) 3 周 (5) 8 個 (6) 135°

解 説

以下 cm を略す。

(1) 半径 10 の円周の長さの $\dfrac{1}{4}$ なので,

$$2\pi \times 10 \times \frac{1}{4} = \boldsymbol{5\pi}$$

(2) AB 間はおうぎ形の弧の長さに等しいから,

$$2\pi \times 10 \times \frac{30}{360} = 20\pi \times \frac{1}{12} = \frac{5}{3}\pi$$

(1) と合わせて, 求める長さは

$$5\pi + \frac{5}{3}\pi + 5\pi = \frac{\mathbf{35}}{\mathbf{3}}\pi$$

(3) 円 P の周の長さは

$$2\pi \times 5 = 10\pi$$

円 D の周の長さは, 円錐が 2 回転しているから

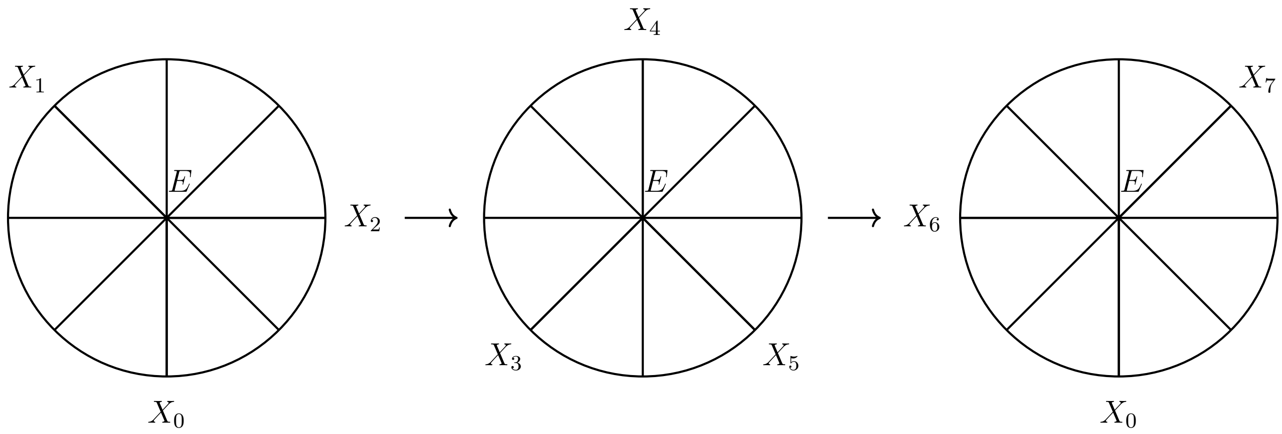
$$10\pi \times 2 = 20\pi$$

よって, 円周が 20π となるような母線の長さは

$$20\pi \div 2\pi = \mathbf{10}$$

(4) $r = 9$, $R = 24$ のとき, 円 Q の円周は 18π, 円 E の円周は 48π である。
このとき, 円錐（円 Q）が 1 周すると, 円 E の $\dfrac{18\pi}{48\pi} = \dfrac{3}{8}$ 進むことができる。
よって, 点 X がもとの位置に戻るのは, 円錐が 8 周したときであり, そのとき円 E を **3** 周している。

(5) 円錐（円 Q）が 1 周すると, 円 E の $\dfrac{18\pi}{48\pi} = \dfrac{3}{8}$, すなわち 135° 進むことができるので, 円を 8 等分した図で, X_0 から 時計回りに 3 つずつ点を書くと, インクの跡は以下のように残る。



以上より **8** 個のインクの跡が残る。

(6) 円を 8 等分したときに, 1 つの角度は $360^\circ \div 8 = 45^\circ$ なので, 図より

$$\angle X_5 E X_6 = 45^\circ \times 3 = \mathbf{135}^\circ$$